

فصل دوم

گیت منطقی، جبر بول و توابع بولی

جبر بول

- جبر بول (Boolean Algebra)

در جبر بول هر متغیر فقط دو مقدار درست (TRUE) یا غلط (FALSE) را دارد.
مقدار درست را با یک و مقدار غلط را با صفر نشان می دهند

- عملگرهای اصلی جبر بول (Boolean Operators)

سه عملگر اصلی جبر بول عبارتند از:

AND

OR

NOT

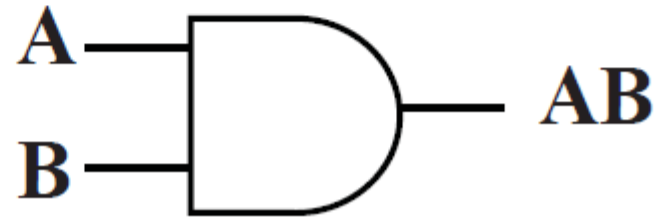
AND

- عملگر "و" (AND)

خروجی تابع "و" مقدار درست دارد اگر هر دو عملوند آن درست باشند

| A | B | AB |
|---|---|----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

شکل دروازه منطقی AND (AND gate)



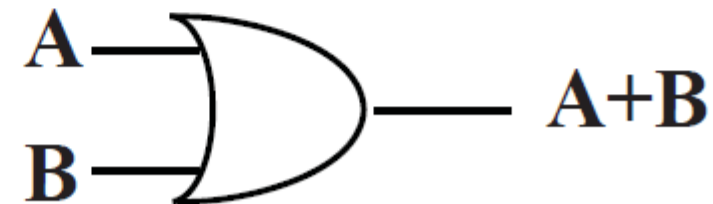
OR

- عملگر "یا" (OR)

خروجی تابع "یا" مقدار درست دارد اگر حداقل یکی از دو عملوند آن درست باشند

| A | B | A+B |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

شکل دروازه منطقی OR (OR Gate)



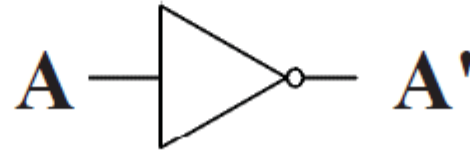
NOT

• عملگر "مکمل" (NOT)

خروجی تابع "مکمل" معکوس ورودی آن می باشد

| A | A' |
|---|----|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

شکل دروازه (منطقی NOT Gate NOT)



تابع بول (Boolean Function)

• تابع بول

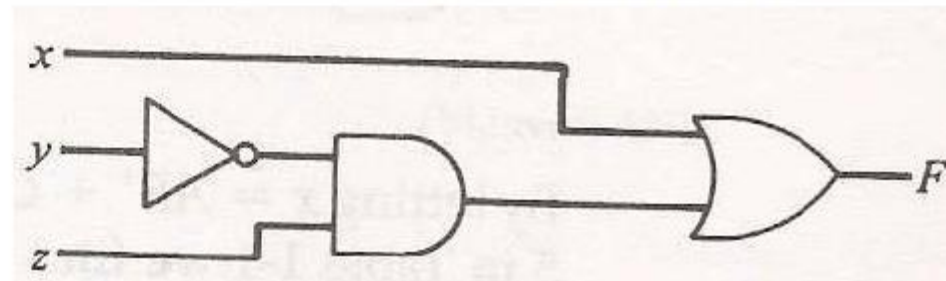
یک تابع بول با استفاده از متغیرها و عملگرهای منطقی و پرانتز نوشته می‌شود
مثال:

$$F = x + y'z$$

تابع F برابر ۱ است اگر x مقدار ۱ داشته باشد یا y برابر صفر و z برابر یک باشد
نمایش تابع با جدول درستی

| x | y | z | F |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

نمایش تابع با دروازه های منطقی



اتحادهای اصلی جبر بول

$$(1) x + 0 = x$$

$$(3) x + 1 = 1$$

$$(5) x + x = x$$

$$(7) x + x' = 1$$

$$(9) x + y = y + x$$

$$(11) x + (y + z) = (x + y) + z$$

$$(13) x(y + z) = xy + xz$$

$$(15) (x + y)' = x'y'$$

$$(17) (x')' = x$$

$$(2) x \cdot 0 = 0$$

$$(4) x \cdot 1 = x$$

$$(6) x \cdot x = x$$

$$(8) x \cdot x' = 0$$

$$(10) xy = yx$$

$$(12) x(yz) = (xy)z$$

$$(14) x + yz = (x + y)(x + z)$$

$$(16) (xy)' = x' + y'$$

دوگان یک تابع (Duality)

اگر در یک تابع تمام AND ها به OR

تمام OR ها به AND

تمام یک ها به صفر

و تمام صفر ها به یک

تبدیل شوند، دوگان آن تابع به دست می آید

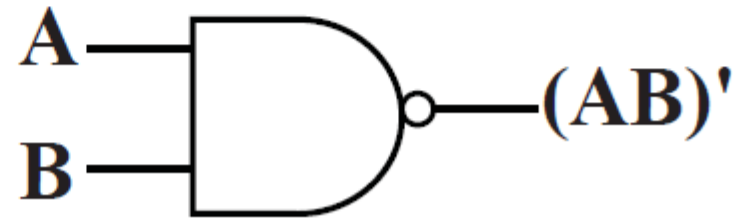
اگر یک تابع درست باشد، دوگان آن نیز درست است

NAND

اگر خروجی دروازه AND مکمل شود، دروازه NAND بدست می آید
مزیت NAND این است که تمام مدارات منطقی را می توان با NAND
ساخت

| A | B | $(AB)'$ |
|---|---|---------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

شکل دروازه منطقی NAND (NAND gate)



NOR

اگر خروجی دروازه OR مکمل شود، دروازه NOR بدست می آید
مزیت NOR این است که تمام مدارات منطقی را می توان با NOR ساخت

| A | B | $(A+B)'$ |
|---|---|----------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

شکل دروازه منطقی NOR (NOR gate)

